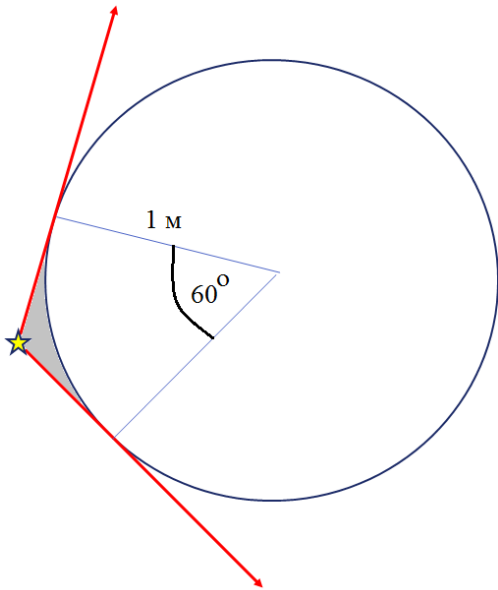
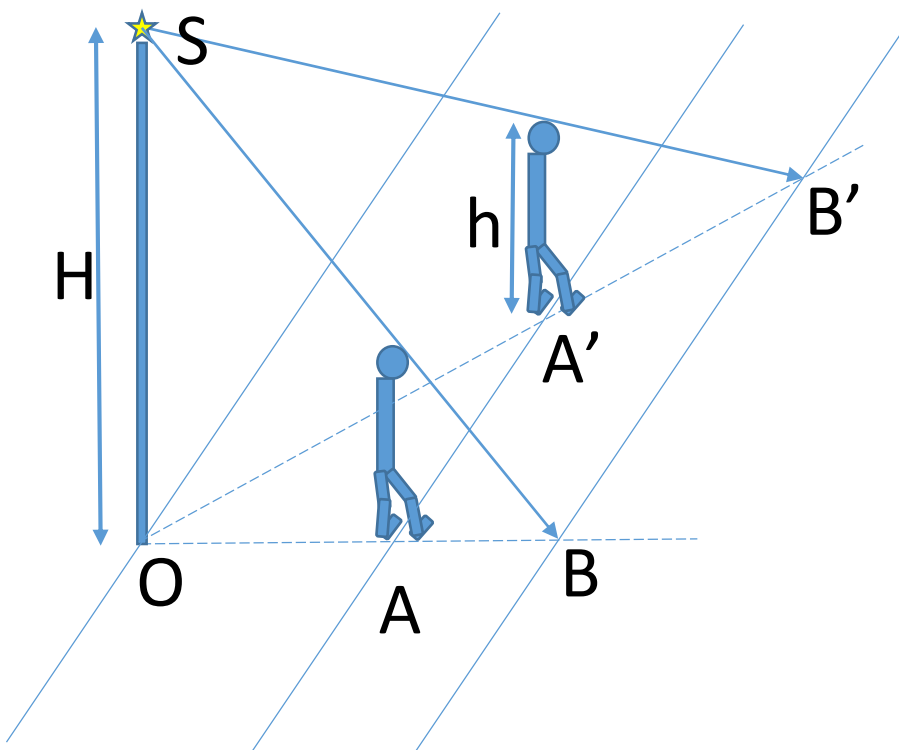


1. Якою є площа заштрихованої частини фігури?



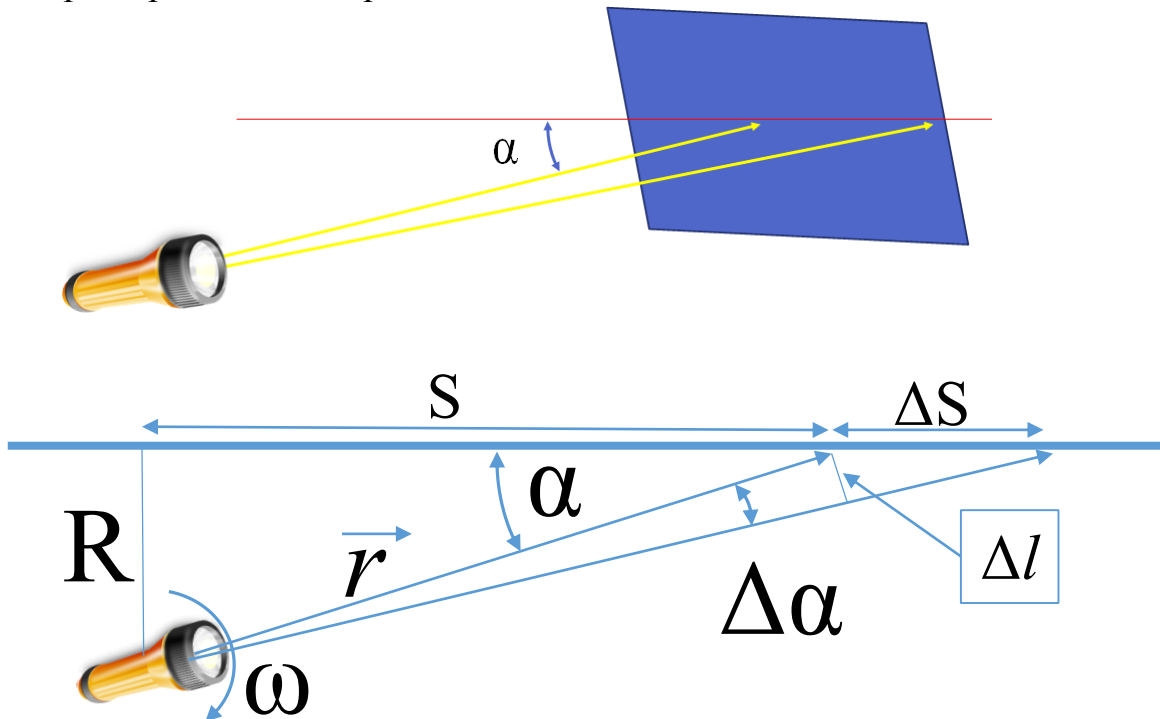
Площа заштрихованої фігури є різницею площі 4-кутника, який утворено радіусами та дотичними $2 \cdot \frac{R \cdot R}{2 \cdot \sqrt{3}}$, та площею сектора $\frac{\pi \cdot R^2}{6}$: $\Delta S = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{\pi}{6} \right) \cdot R^2 = 0,0538 \text{ м}^2$.

2. Людина стоїть біля ліхтаря. Вона повертає і йде перпендикулярно площині малюнку зі сталою швидкістю $V_{\text{л}}$. Як буде рухатися кінець тіні (голови) людини? Якою є траєкторія та величина швидкості кінця тіні?



Внаслідок подібності трикутників: OAA' та OBV' маємо:
 $V_{\text{л}}/V_{\text{т}} = AA'/BB' = OA/OB = (H - h)/H$.
Або $V_{\text{т}} = V_{\text{л}} \cdot H / (H - h)$

3. Ліхтар, що знаходиться на відстані 1 м від стінки, направили під кутом $0,0001^\circ$ до її поверхні. Його починають обертати з кутовою швидкістю 3 рад/с відносно осі, що паралельна площині та перпендикулярна до променю. З якою швидкістю рухається край променя ліхтаря?



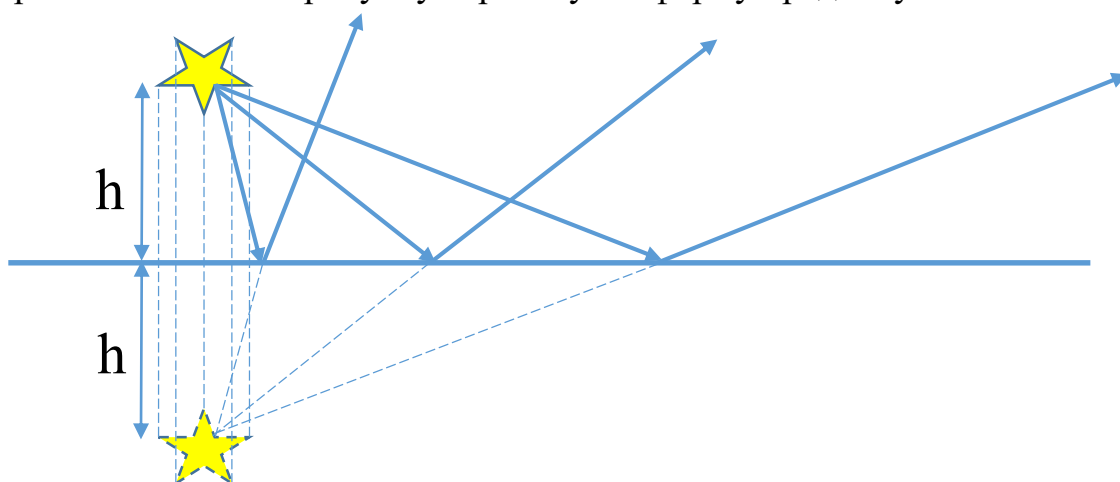
$S = R/\text{tg}(\alpha) \Rightarrow v = \Delta S/\Delta t = S' = R\omega/\sin^2(\alpha)$ (тому що похідна від $d(1/\text{tg}(\varphi))/dt = -\omega/\sin^2(\varphi)$).
 Мінус свідчить про те, що при зростанні відстані S кут зменшується.

Іншим чином, за рахунок обертання вектора r : $v_l = \Delta l/\Delta t = \omega \cdot r = \omega \cdot R/\sin(\alpha)$; $\Delta S = \Delta l/\sin(\alpha)$.

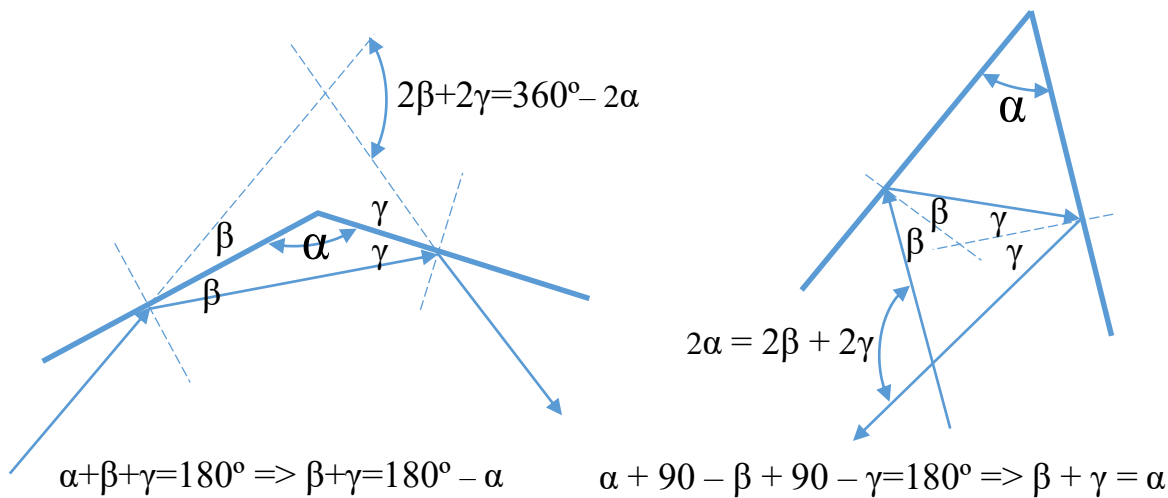
Отримуємо таку саму формулу, яка при малих кутах дає:

$v = R\omega/\sin^2(\alpha) \approx R\omega/\alpha^2 = 1 \cdot 3/(10^{-4})^2 = 3 \cdot 10^8$ м/с. Оскільки зростання довжини променя при цьому менше швидкості світла, такий результат є можливим.

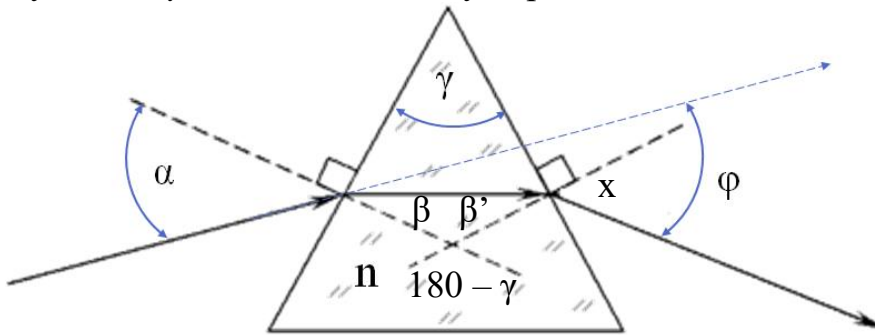
4. Де знаходиться джерело світла? Намалуйте сам предмет, зображення якого у дзеркалі показано на рисунку. Враховуйте форму предмету.



5. Доведіть, що два дзеркала, що знаходяться під кутом α , повертають промінь світла, що двічі відбивається на кут 2α .



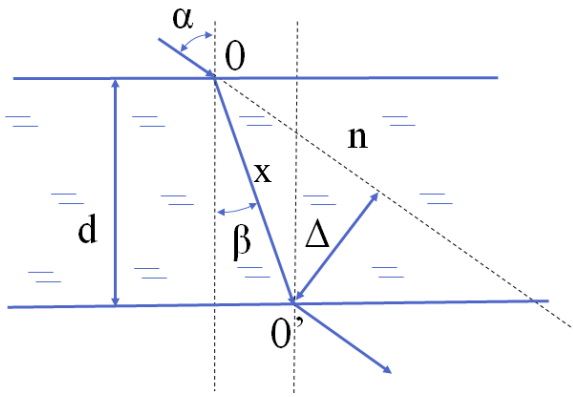
6. Промінь світла потрапляє на поверхню призми з показником заломлення $\sqrt{3}$. Кути α та γ по 60° . На який кут призма відхилить цей промінь?



На першій грані: $n = \sin(\alpha)/\sin(\beta) \Rightarrow \sqrt{3} \sin(\beta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \beta = 30^\circ$ - другий промінь повернув відносно першого на кут $\alpha - \beta = 30^\circ$. Внаслідок симетрії отриманої картини другий промінь утворює з верхнім кутом призми правильний трикутник з кутами по 60° . Другий промінь падає на протилежну грань призми під кутом 30° . А значить і виходить під кутом 60° , повертаючи ще на 30° . Тому вказаний на малюнку кут $\phi = 60^\circ$.

У загальному вигляді: $\sin(\beta) = \sin(\alpha)/n$; $\sin(x) = n \cdot \sin(\gamma - \beta)$, а кут повороту променю: $\phi = \alpha - \beta + x - \beta' = \alpha + x - \gamma = 60^\circ + 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$

7. На яку відстань плоско паралельна пластина з показником заломлення $\sqrt{3}$. Змістить промінь, що впав на неї з кутом падіння $\alpha = 60^\circ$. Товщина пластини 1 мм.



Внаслідок закону заломлення: $n = \sin(\alpha)/\sin(\beta) \Rightarrow \sqrt{3} \sin(\beta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \beta = 30^\circ$

$$x = d/\cos(\beta) = \frac{2d}{\sqrt{3}}; \quad \Delta = x \cdot \sin(\alpha - \beta) = x/2 = \frac{d}{\sqrt{3}} = 1/1,73 \approx 0,577 \text{ (мм)}$$

У загальному вигляді, враховуючи вказані співвідношення:

$$\Delta = d \frac{\sin(\alpha - \beta)}{\cos(\beta)} = d \cdot \sin(\alpha) \left(1 - \frac{\cos(\alpha)}{\sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}} \right) \approx 0,577 \text{ мм}$$