

Підготовка до III етапу Всеукраїнської олімпіади з фізики 2016
Складні механічні системи

Контрольна робота №1

1. Два тіла, що втричі відрізняються масою знаходяться на гладкій поверхні. У скільки разів відрізняються максимальні сили з якими можна тягнути горизонтально за більше та за менше тіло, щоб нитка, яка їх з'єднує не розірвалася. Відповідь - відношення більшої сили до меншої.

В одному із кадрів презентації вебінару задача показана так:

Динамічні особливості руху

Зв'язані тіла



Другий закон Ньютона для кожного тіла

$$m_1 a = F - F_1$$
$$m_2 a = F_1'$$

Що можна переписати так:

Сила, що тягне за перше тіло ($m_1 > m_2$) прискорює обидва тіла: $F_{max1} = (m_1 + m_2)a$, сила натягу нитки, яка не може бути більше сили розриву – прискорює лише друге тіло: $N = m_2 a$. Тобто $F_{max1} = (m_1 + m_2)N/m_2$. Змінення прикладення сили до другого тіла дає аналогічний результат: $F_{max2} = (m_1 + m_2)N/m_1$. Відношення сил зрозуміло дорівнює відношенню мас тіл: $F_{max1}/F_{max2} = m_1/m_2 = 3$.

2. Розв'язати попередню задачу при наявності сили тертя, яка складає половину ваги тіл. При наявності тертя рівняння попередньої задачі можна записати так:

$$F_{max1} = (m_1 + m_2)a - \mu(m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)(a - \mu g)$$

$$N = m_2 a - \mu m_2 g = m_2(a - \mu g)$$

Тоді:

$$F_{max1} = (1 + m_2/m_1)N$$

$$F_{max2} = (1 + m_1/m_2)N$$

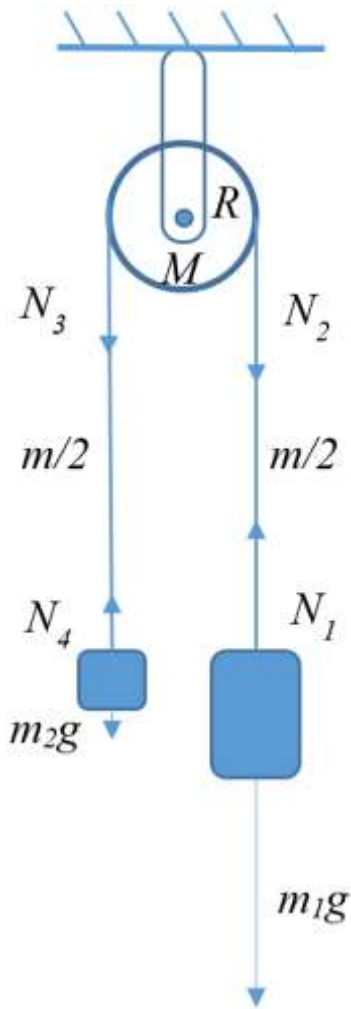
Тому відношення сил лишається там самим, як в попередній задачі:

$$F_{max1}/F_{max2} = m_1/m_2 = 3.$$

3. Два тіла, що втричі відрізняються масою, які висять на нитці, що перекинута через нерухомий блок, відпускають. З яким прискоренням рухаються тіла. Блок має вигляд велосипедного колеса (масивного обручу з невагомими спицями) та масу, що дорівнює меншому тілу. Вагою нитки знехтувати. Прийняти прискорення вільного падіння рівним $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Розв'язок:

Розподіл сил представлено на малюнку



Рівняння II закону Ньютона для тіл та блоку.

$$m_1 a = m_1 g - N_1$$

$$m_2 a = N_4 - m_2 g$$

$$I \varepsilon = (N_1 - N_4) R$$

Якщо блок вважати суцільним диском, то останнє рівняння отримує вигляд:

$$MR^2 \varepsilon = MRa = (N_1 - N_4) R.$$

Позбавляючись від сил натягу нитки ($N_1 > N_2 > N_3 > N_4$), отримаємо:

$$N_1 = m_1 g - m_1 a$$

$$N_4 = m_2 a + m_2 g$$

$$Ma = N_1 - N_4 = m_1 g - m_1 a - m_2 a - m_2 g$$

$$\text{Остаточно: } (M + m_1 + m_2)a = (m_1 - m_2)g$$

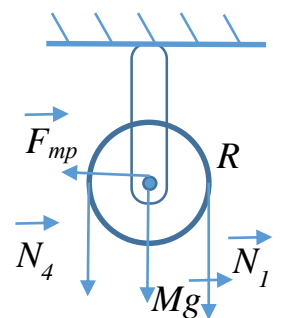
Останнє рівняння має простий зміст – «загальна маса прискорюється різницею сил тяжіння двох тіл». Звідки – відповідь, яка принципово не відрізняється від попередньої з фізичним змістом: $a = g(m_1 - m_2)/(M + m_1 + m_2) = 10 \cdot 2m/5m = 4 \text{ м/с}^2$.

4. Якій коефіцієнт тертя на осі блоку дозволив би системі, що описана у попередній задачі, знаходитися у спокої? Вважати радіус осі вдесятеро меншим ніж зовнішній радіус блока.

Розв'язок:

Умови спокою:

- 1) Сума всіх сил дорівнює нулю: $3mg + mg + Mg = N$, де N – сила реакції осі стержня.



2) Сума моментів сил дорівнює нулю (з врахуванням знаку):

Нитки створюють момент, що обертає за годинниковою стрілкою: $(N_1 - N_4)R$

Сила тертя створює протилежний момент: $F_{mp} \cdot r = \mu N \cdot R/10$.

Умова рівноваги: $(N_1 - N_4)R = \mu N \cdot R/10 \Rightarrow 2mg = \mu(3mg + mg + Mg)/10 \Rightarrow \mu = 4$.

5. З якою швидкістю штовхнули маленьке тіло з верхньої точки сфери, якщо воно відірвалося від поверхні сфери опустившись на висоту, що дорівнює $1/6$ радіусу сфери. Для розрахунків прийняти прискорення вільного падіння $g = 10 \text{ м/с}^2$, радіус сфери $R = 20 \text{ см}$.

Розв'язок:

Оскільки тертя не враховується, то повна енергія тіла зберігається:

$$E_1 = mv_0^2/2 + mgh = E_2 = mv^2/2.$$

За початок обліку потенціальної енергії обрана точка де тіло відривається від поверхні.

Підставивши вираз для $h = R/6$, маємо:

$$mv_0^2/2 + mgR/6 = mv^2/2.$$

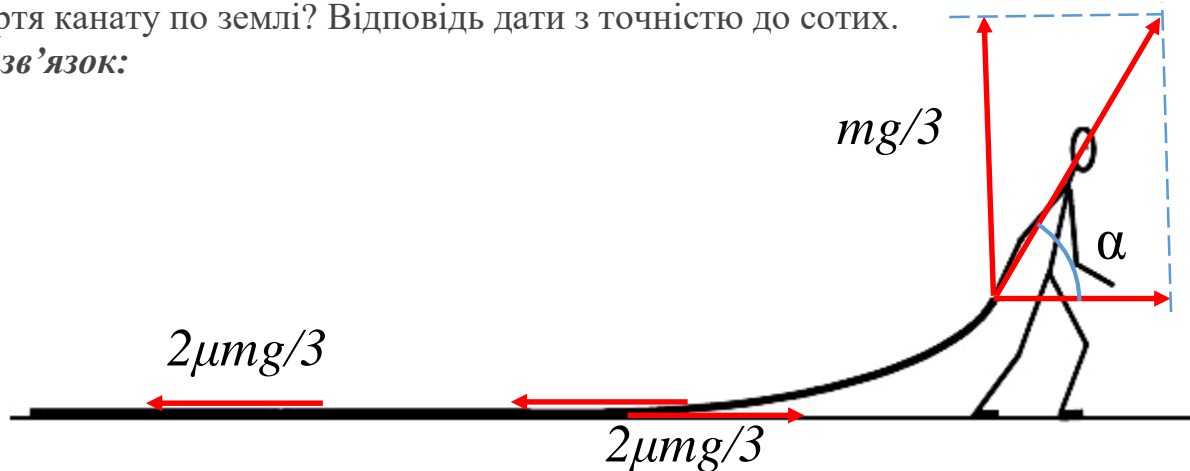
Друге рівняння отримаємо з рівності сили реакції опори нулю на момент відриву. В цю мить лише сила тяжіння створює доцентрове прискорення:

$$a_n = mv^2/R = mg \cdot \cos\alpha = 5mg/6.$$

Звідки: $v_0^2 = 5gR/6 - gR/3$, або $v_0^2 = gR/2 = 10 \cdot 0,2/2 = 1$. Звідки відповідь: $v_0 = 1 \text{ м/с}$.

6. Людина тягне важкий канат так, що прикладає до одного з кінців канату силу під кутом 60° до горизонту. При цьому $2/3$ канату торкається поверхні землі. Яким є коефіцієнт тертя канату по землі? Відповідь дати з точністю до сотих.

Розв'язок:



Сума сил в горизонтальному напрямку дорівнює нулю – горизонтальна складова сили, з якою на канат діє людина дорівнює силі тертя $2/3$ канату по поверхні.

Сума сил у вертикальному напрямку також дорівнює нулю – вертикальна складова сили, з якою на канат діє людина дорівнює силі тяжіння $1/3$ канату.

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{mg/3}{2\mu mg/3} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \text{tg}(60^\circ), \text{ Звідки } \mu = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87.$$