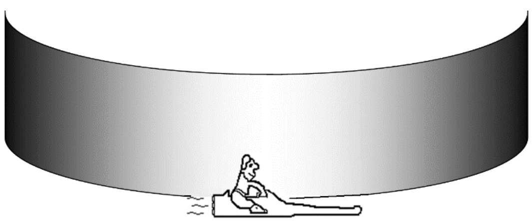
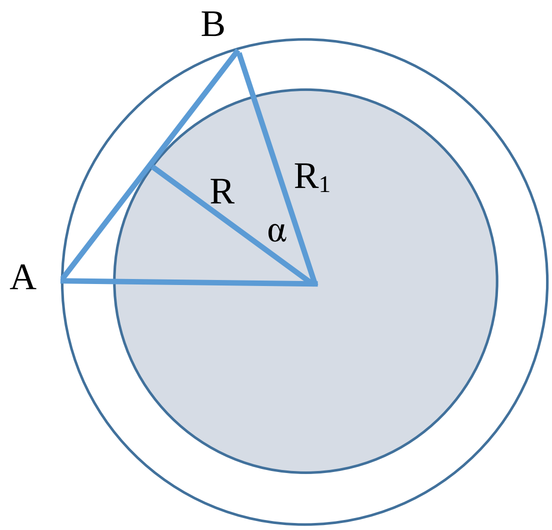
Оптика-1

Контрольна №3

1. Джедай летить на скутері на однаковій висоті навколо круглої будівлі, втікаючи від представників Імперії. Рухаючись з постійною швидкістю, він почув гуркіт свого двигуна попереду себе. З якою швидкістю рухався Джедай, якщо радіус кола, яке він описував навколо будівлі більше радіуса будівлі в $\frac{2}{\sqrt{3}}$ разів. Швидкість звуку вважати 330 м/с.

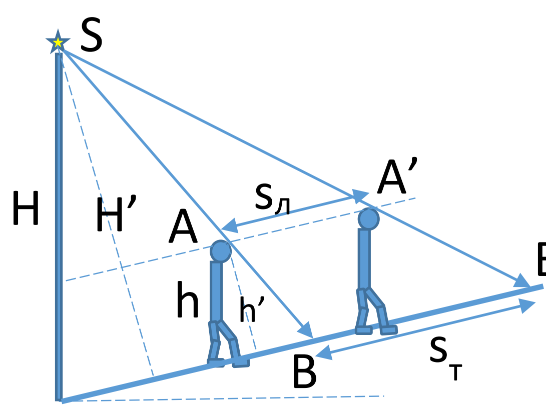




Вид зверху.

Шлях від B до A Джедай подолав по частині кола, а за цей час звук пройшов по дотичні прямій з B в A. $\cos(\alpha) = R/R1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ => $\alpha = 30^o$. Тоді шлях Джедая $\frac{5}{6}\cdot 2\pi R_1$. А шлях звуку $2\cdot R_1\cdot \sin(\alpha) = R_1$. А тому швидкість Джедая повинна бути у $\frac{5}{3}\cdot\pi \approx 5{,}2$ разів перевищувати швидкість звуку ≈1730 м/с.

2. Людина йде від ліхтаря по похилому схилу (15°) зі швидкістю 5 м/с. З якою швидкістю рухається кінець тіні (голови) людини? Висота стовпа втричі перевищує зріст людини.

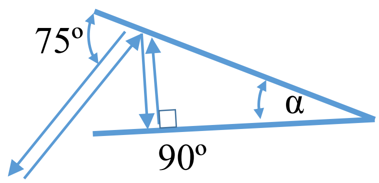


Розв’язання цієї задачі нічим не відрізняється від задачі розв’язаної на вебінарі. Внаслідок подібності трикутників ΔSAA’ та ΔSBB’ $s_т/s_л = H'/(H'-h') = H/(H-h)$ => $v_т = 1{,}5\ v_л = 5\cdot 1{,}5 = 7{,}5$ м/с

3. Ліхтар, що знаходиться на відстані 1 м від стінки, обертають з кутовою швидкістю 3 рад/с відносно осі, що паралельна площині та перпендикулярна до променю. Під яким кутом променю ліхтаря до стінки швидкістю руху краю променю ліхтаря наближалася до швидкості світла?

   Розв'язок задачі аналогічний розв'язку задачі вебінару $\alpha = 0{,}0001^{o}$

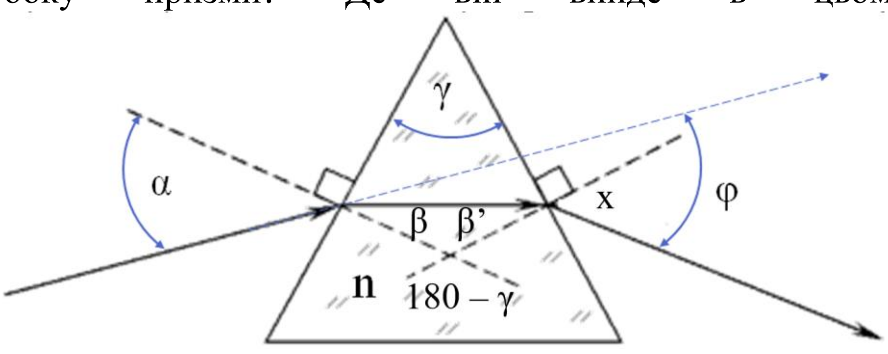
4. Два дзеркала знаходяться під кутом 15^{o} одне до одного. Промінь падає на перше дзеркало перпендикулярно лінії їх перетину. Під яким кутом до поверхні першого дзеркала повинен впасти промінь, щоб вийти із системи дзеркал у зворотному напрямку?



   З рисунку видно, що для того, щоб вийти у зворотному напрямку, промінь повинен впасти так, щоб його кут падіння на друге дзеркало був 90^{o}. Тоді на перше дзеркало він впаде під кутом 75^{o} до поверхні.

   Можливий також тотожній розв'язок – 90^{o}

5. Промінь світла потрапляє на поверхню призми, переріз якої є правильним трикутником, в площині, що перпендикулярна до її граней. Показник заломлення призми $\sqrt{3}$. Спочатку кут падіння на лівий бік призми дорівнює 60^{o}. На який найменший кут треба повернути цей промінь, щоб він перестав виходити з правого боку призми? Де він вийде в цьому граничному випадку?

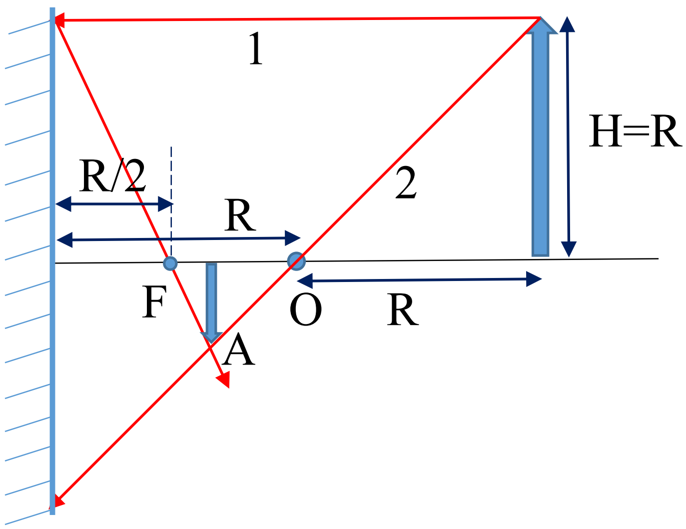


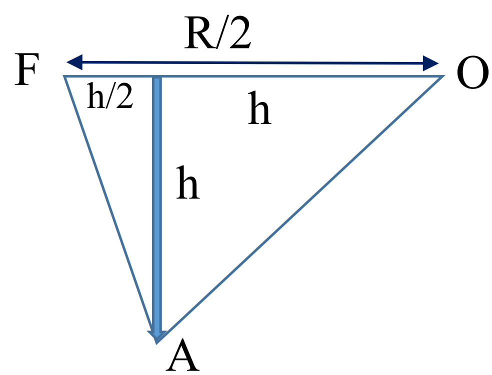
Аналогічно задачі вебінару перший промінь вийде впаде на протилежну поверхню призми під кутом 30^{o}. Для вказаного показника заломлення граничний кут повного внутрішнього заломлення $\sin(\alpha_п) = 1/n \Rightarrow \alpha_п = \arcsin(1/\sqrt{3}) \approx 35{,}3^{o}$. Це означає, що зменшивши кут падіння променю треба досягти такого значення. Оскільки $\boldsymbol{\gamma} = \beta + \beta'$, то $\beta = \boldsymbol{\gamma} - \beta'$ $60^{o} - 35{,}3^{o} = 24{,}7^{o}$. З закону заломлення на першій поверхні $\sin(\alpha) = \sin(\beta)\cdot n$

$\alpha = \arcsin(\sin(24{,}7^{o})\cdot \sqrt{3}) \approx 48{,}4^{o}$

Відповідь: промінь треба повернути на 11,6^o, зменшивши кут падіння на ліву поверхню до 48,4^o.

6. Тіло, що набагато менше розмірів ввігнутого дзеркала, поставили перед ним на відстані від його вершини, що вдвічі перевищує радіусу кривини дзеркала. У скільки разів розмір зображення буде відрізнятися від розміру предмету?



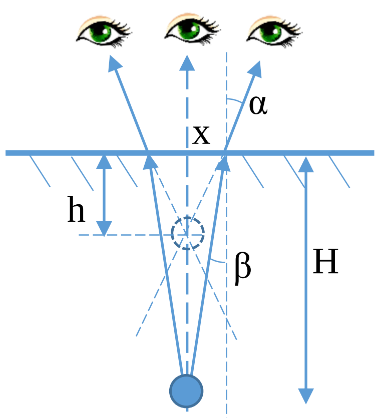


Спробуємо розв'язати задачу не використовуючи формули плоского дзеркала. Дзеркало зображено плоским, тому, що тіло за умовою є маленьким, порівняно із дзеркалом.

Для спрощення задачі виберемо розмір предмету на схемі рівним радіусу дзеркала. Проведемо два промені: паралельний-через фокус та через центр. З детального розгляду трикутника FAO можна побачити, що 3h/2 = R/2 = H/2.

Відповідь: h = H/3

7. У скільки разів водойма здається «на око» більш мілкою, ніж вона є насправді?



$\sin(\alpha) \approx \mathrm{tg}(\alpha) = h/x;$

$\sin(\beta) \approx \mathrm{tg}(\beta) = H/x;$

$\sin(\beta)/\sin(\alpha) = n \approx H/h = 1{,}33.$